

I Calcul algébrique

Exercice 1

Soient $n \in \mathbb{N}$, $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$, simplifions les écritures A, B et C :

$$1. \quad A = \frac{2^{n+1}}{2} = \frac{2 \times 2^n}{2} = 2^n$$

$$2. \quad B = \frac{(a^2 b^3)^2}{(a^{-1} b)^3} = \frac{a^4 b^6}{a^{-3} b^3} = a^7 b^3$$

$$3. \quad C = (-4)^{60} \times (-0,125)^{41} = (-2^2)^{60} \times \left(-\frac{1}{8}\right)^{41} = 2^{120} \times (-2^{-3 \times 41}) = -2^{120} \times 2^{-123} = -0,125$$

Exercice 2

Après avoir déterminé l'ensemble de définition, effectuons les calculs des expressions A, B, C et D où x représente une variable réelle

A est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0; -1\}$

$$A = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{x-(x+1)}{x(x+1)} = -\frac{1}{x(x+1)}$$

B est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{6\}$

$$B = \frac{x}{2x-12} - \frac{3}{x-6} = \frac{x-6}{2(x-6)} = \frac{1}{2}$$

C est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

$$C = \frac{\frac{5}{x+1}}{\frac{15}{x^2-1}} = \frac{5}{x+1} \times \frac{x^2-1}{15} = \frac{x-1}{3}$$

D est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$

$$D = \frac{\frac{3x}{x-1}}{\frac{x}{x-1}} = \frac{3x}{x-1} \times \frac{1}{x} = \frac{3}{x-1}$$

Exercice 3

1. Simplifions au maximum les expressions A et B :

$$1. \quad A = (2\sqrt{3} - 3\sqrt{5})^2 = 4 \times 3 - 12\sqrt{15} + 9 \times 5 = 57 - 12\sqrt{15}$$

$$2. \quad B = (7\sqrt{7} - 5\sqrt{5})(-7\sqrt{7} - 5\sqrt{5}) = -(7\sqrt{7} - 5\sqrt{5})(7\sqrt{7} + 5\sqrt{5}) = -(49 \times 7 - 25 \times 5)$$

$$\text{Donc } B = -218$$

2. Simplifions les expressions suivantes afin qu'il n'y ait plus de radical au dénominateur

$$1. \quad A = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$2. \quad B = \frac{1}{5-2\sqrt{2}} = \frac{5+2\sqrt{2}}{(5-2\sqrt{2})(5+2\sqrt{2})} = \frac{5+2\sqrt{2}}{25-8} = \frac{5+2\sqrt{2}}{17}$$

$$3. \quad C = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}+1} = \frac{3\sqrt{5}(2\sqrt{5}-1)}{(2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)} = \frac{30-3\sqrt{5}}{19}$$

$$4. \quad D = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5\sqrt{3}+3\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(5\sqrt{3}-3\sqrt{2})}{(5\sqrt{3}+3\sqrt{2})(5\sqrt{3}-3\sqrt{2})} = \frac{5\sqrt{6}+15-6-3\sqrt{6}}{75-18} = \frac{9+2\sqrt{6}}{57}$$

Exercice 4

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_1) : 2x - 3(x+1) = \frac{1-3x}{2}$ (E_1) est définie sur $\mathbb{R}$.

$$\text{Soit } x \in \mathbb{R}, x \text{ est solution de } (E_1) \text{ si, et seulement si, } 2x - 3x - 3 - \frac{1-3x}{2} = 0$$

$$\text{si, et seulement si, } \frac{2(-x-3)}{2} - \frac{1-3x}{2} = 0$$

$$\text{si, et seulement si, } -2x - 6 - (1 - 3x) = 0$$

$$\text{si, et seulement si, } -2x - 6 - 1 + 3x = 0$$

$$\text{si, et seulement si, } x - 7 = 0$$

$$\text{c'est-à-dire, si, et seulement si, } x = 7$$

$$\text{Donc } \mathcal{S} = \{7\}$$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_2) : \frac{x+3}{2} - \frac{4x-3}{3} = 1 - \frac{7x-12}{6}$ (E_2) est définie sur $\mathbb{R}$.

$$\text{Soit } x \in \mathbb{R}, x \text{ est solution de } (E_2) \text{ si, et seulement si, } x \left(\frac{3}{6} - \frac{8}{6} + \frac{7}{6} \right) = 1 + 2 - \frac{3}{2} - 1,$$

$$\text{c'est-à-dire } x = \frac{3}{2} \quad \text{donc } \mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

Mathématiques 2025

Correction du devoir de rentrée

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_3) : (2x + 3)(x + 5) - (2x - 7)(x - 1) = 0$

(E_3) est définie sur $\mathbb{R}$.

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (E_3) si, et seulement si,

$$2x^2 + 10 + 3x + 15 - (2x^2 - 7x - 2x + 7) = 0$$

si, et seulement si, $22x = -8$, c'est-à-dire $x = -\frac{4}{11}$ donc $\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{11}\right\}$

Exercice 5

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_1) : \frac{3}{5x+1} = \frac{5}{2}$

(E_1) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{5}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{5}\right\}$, x est solution de (E_1) si, et seulement si, $6 = 25x + 5$, c'est-à-dire $x = \frac{1}{25}$ donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{25}\right\}$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_2) : \frac{2x-7}{2x-3} - 1 = \frac{2}{x-1}$

(E_2) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}; 1\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}; 1\right\}$, x est solution de (E_2) ssi $\frac{(2x-7)(x-1) - (2x-3)(x-1) - 2(2x-3)}{(2x-3)(x-1)} = 0$

$$\text{ssi } \frac{2x^2 - 9x + 7 - 2x^2 + 5x - 3 - 4x + 6}{(2x-3)(x-1)} = 0$$

$$\text{ssi } \frac{-8x + 10}{(2x-3)(x-1)} = 0$$

$$\text{ssi } -8x + 10 = 0, \text{ c'est-à-dire } x = \frac{5}{4}$$

donc $\mathcal{S} = \left\{\frac{5}{4}\right\}$

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_3) : \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = 0$

(E_3) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -2; -3\}$, x est solution de (E_3) si, et seulement si, $\frac{(x+3) + (x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)} = 0$

$$\text{si, et seulement si } \frac{2x+4}{(x+1)(x+2)(x+3)} = 0$$

$$\text{si, et seulement si } 2x + 4 = 0$$

$$\text{si, et seulement si } x = -2$$

donc $\mathcal{S} = \emptyset$

Exercice 6

1) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_1) : 2(3x - 1) < 7(x - 2)$

(I_1) est définie sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (I_1) si, et seulement si, $6x - 2 - 7x + 14 < 0$

$$\text{si, et seulement si, } -x + 12 < 0$$

$$\text{si, et seulement si, } 12 < x$$

donc $\mathcal{S} =]12; +\infty[$

2) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_3) : (2 - x)(3x + 7) \geq 4 - x^2$

(I_3) est définie sur $\mathbb{R}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, x est solution de (I_3) si, et seulement si, $(2 - x)(3x + 7) - (2 - x)(2 + x) \geq 0$

$$\text{si, et seulement si, } (2 - x)(3x + 7 - 2 - x) \geq 0$$

$$\text{si, et seulement si, } (2 - x)(2x + 5) \geq 0$$

Dressons le tableau de signe de $P(x) = (2 - x)(2x + 5)$

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	2	$+\infty$		
$2-x$		+	+	0	-	
$2x+5$		-	0	+	+	
$P(x)$		-	0	+	0	-

Mathématiques 2025

Correction du devoir de rentrée

Donc $\mathcal{S} = \left[-\frac{5}{2}; 2\right]$

3) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_4) : \frac{3}{1-3x} \geq \frac{2}{1-2x}$

(I_4) est définie sur $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$, x est solution de (I_4) si, et seulement si, $\frac{3}{1-3x} - \frac{2}{1-2x} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{3(1-2x)-2(1-3x)}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{3-6x-2+6x}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{1}{(1-3x)(1-2x)} \geq 0$

Dressons le tableau de signe de $A(x) = \frac{1}{(1-3x)(1-2x)}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$1-3x$	+	0	-	-
$1-2x$	+	+	0	-
$A(x)$	+	-	+	-

Donc $\mathcal{S} =]-\infty; \frac{1}{3}[\cup]\frac{1}{2}; +\infty[$

4) Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I_6) : |2x-1| \leq |x+2|$

(I_6) est définie sur $\mathbb{R}$

On détermine les valeurs frontières de chaque valeur absolue : $2x-1=0$ soit $x=\frac{1}{2}$ et $x+2=0$ soit $x=-2$

On remplit un tableau de forme :

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$ 2x - 1 $	$-2x + 1$	5	$-2x + 1$	0
$ x + 2 $	$-x - 2$	0	$x + 2$	$\frac{5}{2}$
(E_6) (I_6)	$-2x + 1 \leq -x - 2$ $x \geq 3$ impossible $S_1 = \emptyset$	$-2x + 1 \leq x + 2$ $x \geq -\frac{1}{3}$ $S_2 = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right]$	$2x - 1 \leq x + 2$ $x \leq 3$ $S_3 = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$	

D'où $\mathcal{S} = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left[-\frac{1}{3}; 3\right]$

II Etudes de fonctions

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $[-6 ; 6]$

- 1) Sur $[-3 ; 6]$, le minimum de f est -1. Il est atteint en 4 : $f(4) = -1$
- 2) Sur $[-6 ; 6]$, le minimum de f est -2. Il est atteint en -6 : $f(-6) = -2$
- 3) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$, c'est trouver les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de f et de l'axe (Ox) $S = \{-3 ; 3 ; 5\}$
- 4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$, c'est trouver les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de f et de la droite d'équation $y = 2$ $S = \{-2 ; 2\}$
- 5) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq -1$, c'est trouver les abscisses des points de la courbe représentative de f tels que $f(x) \geq -1$ $S = [-4 ; 6]$
- 6) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 0$, c'est trouver les abscisses des points de la courbe représentative de f tels que $f(x) \leq 0$ $S = [-6 ; -3] \cup [3 ; 5]$
- 7) Tableau de variation de f sur $[-6 ; 6]$

x	-6	0	4	6
Variations de f	-2	↗ 4	↘ -1	↗ 2

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[-6 ; 6]$

Déterminons, dans $\mathbb{R}$, le domaine de définition de la fonction suivante : $f(x) = \sqrt{2 - \frac{1}{x}}$

Les contraintes sont : $(2 - \frac{1}{x}) \geq 0$ et $x \neq 0$

Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(2 - \frac{1}{x}) \geq 0$

si, et seulement si, $\frac{2x-1}{x} \geq 0$

Dressons un tableau de signes :

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
x	-	0	+	+
$2x - 1$	-	-	0	+
$\frac{2x - 1}{x}$	+	-	0	+

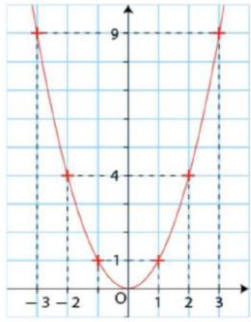
$$\mathcal{D} =]-\infty ; 0[\cup \left[\frac{1}{2} ; +\infty\right[$$

Mathématiques 2025

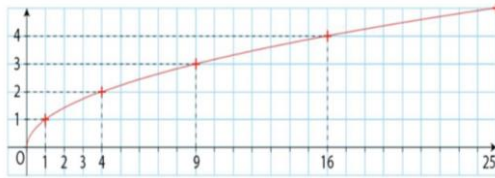
Correction du devoir de rentrée

Exercice 3 - Fonctions de référence

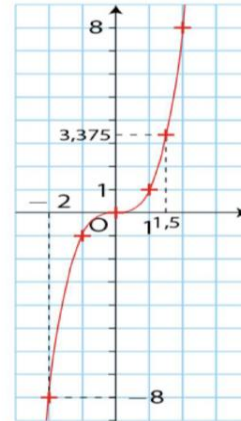
Pour chacune des courbes suivantes, indiquons sa fonction



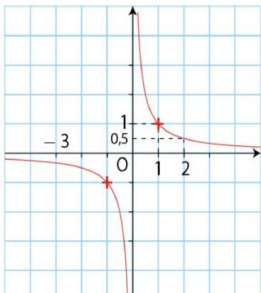
$$f(x) = x^2$$



$$f(x) = \sqrt{x}$$



$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{x}$$

Exercice 4 - Encadrements

Dans chacun des cas suivants a. b. et c. , encadrons l'expression demandée

a. $-3 \leq x \leq -1$

si et seulement si par stricte décroissance de la fonction carrée sur $]-\infty ; 0]$, $(-1)^2 \leq x^2 \leq (-3)^2$ si, et seulement si, $1 \leq x^2 \leq 9$ si, et seulement si, $2 \leq 2x^2 \leq 18$ si, et seulement si, $2-1 \leq 2x^2 - 1 \leq 18 - 1$

si, et seulement si,

$$1 \leq 2x^2 - 1 \leq 17$$

b. $2 \leq x \leq 5$

si et seulement si par stricte décroissance de la fonction inverse sur $]0 ; +\infty[$, $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$ si et seulement si par stricte décroissance de la fonction linéaire de coefficient directeur -1, $-\frac{1}{2} \leq -\frac{1}{x} \leq -\frac{1}{5}$ si, et seulement si, $3 - \frac{1}{2} \leq 3 - \frac{1}{x} \leq 3 - \frac{1}{5}$

si, et seulement si,

$$\frac{5}{2} \leq 3 - \frac{1}{x} \leq \frac{14}{5}$$

c. $-3 \leq x \leq 5$

sur $]-\infty ; 0]$,si et seulement si par stricte décroissance de la fonction carrée sur $]-\infty ; 0]$, $0 \leq x^2 \leq (-3)^2$ si et seulement si par stricte décroissance de la fonction linéaire de coefficient directeur -3, $-27 \leq -3x^2 \leq 0$ si, et seulement si, $-25 \leq 2 - 3x^2 \leq 2$ sur $]-\infty ; 0]$,

Mathématiques 2025

Correction du devoir de rentrée

si et seulement si par stricte croissance de la fonction carrée sur $[0 ; +\infty[$,

$$0 \leq x^2 \leq 5^2$$

si et seulement si par stricte décroissance de la fonction linéaire de coefficient directeur -3 , $-75 \leq -3x^2 \leq 0$

si, et seulement si, $-73 \leq 2 - 3x^2 \leq 2$

En synthèse sur $\mathbb{R}$

$$-73 \leq 2 - 3x^2 \leq 2$$

Exercice 5

Soit f la fonction trinôme ou polynôme du 2nd degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$.

Nous posons $a = -2$, $b = 4$ et $c = 11$.

1) Déterminons la forme canonique de la fonction f :

a. 1^{ère} méthode :

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 11 = -2\left(x^2 - 2x - \frac{11}{2}\right) = -2\left[(x-1)^2 - 1 - \frac{11}{2}\right] = -2\left[(x-1)^2 - \frac{13}{2}\right]$$

$$\text{Ainsi } f(x) = -2(x-1)^2 + 13$$

b. 2^{ème} méthode : $f(x) = -2x^2 + 4x + 11$. On a $\alpha = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-4} = 1$ et $\beta = f(\alpha) = 13$.

$$\text{On sait que } f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta \quad \text{Ainsi } f(x) = -2(x-1)^2 + 13$$

Nous pouvons déterminer la forme factorisée de f

puisque $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $A^2 - B^2$.

$$f(x) = 13 - 2(x-1)^2 \quad \text{Donc } f(x) = (\sqrt{13} - \sqrt{2}(x-1))(\sqrt{13} + \sqrt{2}(x-1))$$

2) Déterminons les variations de f :

Nous savons que $a = -2$ donc $a < 0$ d'où $\mathcal{C}_f$, la courbe représentative de f , admet un maximum en S de coordonnées α et β . $S(1; 13)$.

D'après le cours, une fonction trinôme pour laquelle $a < 0$ admet comme tableau de variation :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	13	$-\infty$

Sur $] -\infty; 1]$ f est croissante et sur $[1; +\infty[$ f est décroissante.

3) Déterminons un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [1; 3]$

D'après la question 2), nous savons que sur $[1; 3]$ f est décroissante, c'est-à-dire :

$$\forall x_1 \in [1; 3] \text{ et } \forall x_2 \in [1; 3] : \text{ Si } x_1 \leq x_2 \text{ alors } f(x_1) \geq f(x_2)$$

$$\text{D'où, pour tout } x \in [1; 3], \text{ si } 1 \leq x \text{ alors } f(1) \geq f(x) \text{ et si } x \leq 3 \text{ alors } f(x) \geq f(3)$$

$$\text{Ainsi, pour tout } x \in [1; 3], f(x) \in [f(3); f(1)]$$

$$\text{Or } f(1) = 13 \text{ et } f(3) = 5$$

$$\text{D'où si } x \in [1; 3] \text{ alors } f(x) \in [5; 13]$$

III Droites, systèmes et vecteurs

Exercice 1 Fonctions affines

Une fonction affine f , définie sur $\mathbb{R}$, s'écrit sous la forme $f(x) = mx + p$

où m est le coefficient directeur, et p l'ordonnée à l'origine

$$1. \quad m = \frac{f(2)-f(4)}{2-4} \quad \text{si et seulement si} \quad m = \frac{3-(-7)}{-2} = \frac{3+7}{-2} = -\frac{10}{2} = -5 \quad m = -5$$

$$f(x) = -5x + p \quad \text{et} \quad f(2) = 3$$

$$-5 * (2) + p = 3 \quad \text{si et seulement si} \quad -10 + p = 3$$

$$\text{si et seulement si} \quad p = 10 + 3 \quad p = 13$$

$$\boxed{f(x) = -5x + 13}$$

$$2. \quad m = \frac{f(-1)-f(3)}{-1-3} \quad \text{si et seulement si} \quad m = \frac{2-5}{-4} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} \quad m = \frac{3}{4}$$

$$f(x) = \frac{3}{4}x + p \quad \text{et} \quad f(-1) = 2$$

$$\frac{3}{4} * (-1) + p = 2 \quad \text{si et seulement si} \quad p = 2 + \frac{3}{4}$$

$$\text{si et seulement si} \quad p = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} \quad p = \frac{11}{4}$$

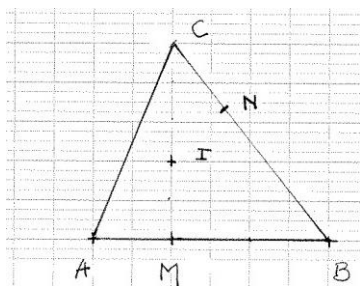
$$\boxed{f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}}$$

Exercice 2

Soit ABC un triangle non aplati. On considère les points M, N et I définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{CI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CM} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

1)



2) Exprimons $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

On sait que $\overrightarrow{CI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CM}$ d'où

$$\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}) \quad \text{donc}$$

$$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} - \frac{3}{5}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$$

Donc $\boxed{\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}}$

3) Exprimons $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$$\text{On sait que} \quad \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{d'où} \quad \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \quad \text{donc} \quad \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

Donc $\boxed{\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}}$

4) Dédisons-en que les points A, I, N sont alignés.

De ce qui précède, on remarque $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AN}$ donc par définition, les points A, I, N sont alignés.

Mathématiques 2025

Correction du devoir de rentrée

Exercice 3.1

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = (-3-3)^2 + (1-7)^2 = (-6)^2 + (-6)^2 = 72.$$

$$AC^2 = (1-3)^2 + (-3-7)^2 = (-2)^2 + (-10)^2 = 104$$

$$BC^2 = (1+3)^2 + (-3-1)^2 = 4^2 + (-4)^2 = 32$$

Dans le triangle ABC , $[AC]$ est le plus grand côté.

D'une part $AC^2 = 104$.

D'autre part $AB^2 + BC^2 = 72 + 32 = 104$

Par conséquent $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

Mais $BC \neq AB$. Le triangle ABC n'est donc pas isocèle.

Exercice 3.2

$EFGH$ est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$

$\overrightarrow{EF}(6-3, 6-4)$ si et seulement si $\overrightarrow{EF}(3, 2)$

$\overrightarrow{HG}(4-x, -1-y)$ et $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ si et seulement si $\begin{cases} 4-x=3 \\ -1-y=2 \end{cases}$

si et seulement si $\begin{cases} x=4-3 \\ y=-1-2 \end{cases}$

si et seulement si $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$

H(1; -3)

Exercice 3.3

Un point est sur un cercle donné si la distance le séparant du centre du cercle est égale au rayon du cercle.

Déterminons dans un premier temps les coordonnées du centre I du cercle. Il s'agit du milieu de $[AB]$.

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-3+1}{2} = -1 \end{cases}$$

I a donc pour coordonnées $(1; -1)$

Le rayon du cercle est OA .

$$OA^2 = (x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2 = (-2-1)^2 + (-3+1)^2 = (-3)^2 + (-2)^2 = 9 + 4 = 13.$$

Donc $OA = \sqrt{13}$.

Calculons maintenant OM

$$OM^2 = (3-1)^2 + (2+1)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

Donc $OM = \sqrt{13} = OA$. Le point M appartient au cercle de diamètre $[AB]$

Calculons enfin ON

$$ON^2 = (-2-1)^2 + \left(\frac{5}{2} + 1\right)^2 = (-3)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{85}{4}$$

Donc $ON = \sqrt{\frac{85}{4}} \neq OA$. Le point N n'appartient pas au cercle de diamètre $[AB]$.

Mathématiques 2025

Correction du devoir de rentrée

Exercice 4

Réolvons le système (S): $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases}$ où x et y sont des réels

$(x; y)$ solution de (S) si, et seulement si $\begin{cases} -4x - 6y = -14 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases} \quad (L_1 \leftarrow -2L_1)$

si, et seulement si, $\begin{cases} -8y = -24 \\ 4x - 2y = -10 \end{cases} \quad (L_1 \leftarrow L_1 + L_2)$

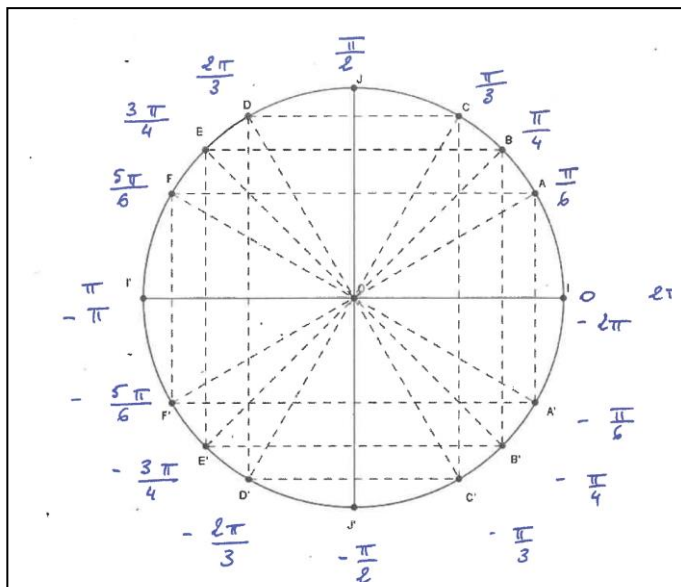
si, et seulement si, $\begin{cases} y = 3 \\ 4x = -10 + 2y \end{cases}$

si, et seulement si, $\begin{cases} y = 3 \\ x = \frac{1}{4}(-10 + 6) = -1 \end{cases}$ donc $S = \{(-1; 3)\}$

IV Trigonométrie

1. Sur le cercle trigonométrique ci-dessous, voici les points correspondant aux réels suivants :

$0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{2\pi}{3}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{6}, -\pi, -2\pi, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \pi, 2\pi,$



2. Le tableau complété :

Angle α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	2π
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	0
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	1

3. Mesures principales :

$\alpha = -\frac{7\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{8\pi}{2} = \frac{\pi}{2} - 2 \times 2\pi$ la mesure principale de α est $\frac{\pi}{2}$

$\beta = \frac{11\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + \frac{12\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + 2 \times 2\pi$ la mesure principale de β est $-\frac{\pi}{3}$

$\gamma = -\frac{7\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} - \frac{12\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} - 2\pi$ la mesure principale de γ est $\frac{5\pi}{6}$